

روشهای همزمان سازی نماد دراستاندارد IEEE 802.16 با تمرکز بر OFDM

سمانه کارگر سیچانی^۱، دکتر محمدجواد امیدی^۲ و دکتر علیمحمد دوست حسینی^۳

^۱دانشگاه صنعتی اصفهان، S_kargar98@yahoo.com

^۲دانشگاه صنعتی اصفهان، omidi@cc.iut.ac.ir

^۳دانشگاه صنعتی اصفهان، alimdh@cc.iut.ac.ir

چکیده- در این مقاله روشهای مختلف همزمان سازی سیستمهای OFDM، برای سیستم با لایه فیزیکی مبتنی بر استاندارد IEEE 802.16_2004، مورد بررسی قرار می گیرد. روشهای تطبیق داده شده برای لایه فیزیکی OFDM در این استاندارد از نظر دقت در تخمین محل شروع نماد و پیچیدگی محاسبات با یکدیگر مقایسه خواهند شد و روش جدیدی با کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت پیشنهاد می شود. کلید واژه- پیشوند چرخشی (Cyclic Prefix)، سرآغاز (Preamble)، قاب (Frame)، همزمان سازی شروع سمبل (Symbol timing synchronization)

خطای همزمان سازی نه تنها باعث تداخل بین نمادها (Inter-Symbol Interference (ISI)) می شود بلکه بواسطه از دست رفتن تعامد بین حاملها، موجب تداخل بین حاملها (Intercarrier Interference (ICI)) می شود. [۱]

سه نوع روش همزمان سازی در سیستمهای OFDM وجود دارد: همزمان سازی نماد، همزمان سازی فرکانس حامل و همزمان سازی زمان نمونه برداری.

انواع نا همزمانی در کاهش راندمان سیستم موثرند ولی تمرکز این مقاله تنها بر روی همزمان سازی نماد است. زیرا عدم همزمانی نماد های ارسال شده با آنچه در گیرنده دریافت می شود، بر روی سایر بخشهای همزمان سازی نیز تاثیر می گذارد. در بسیاری از مقالاتی که همزمان سازی فرکانس حامل یا لحظه نمونه برداری را بررسی نموده اند، دسترسی دقیق به نقطه شروع نماد، یکی از فرض های اساسی صحت روش های پیشنهادی است.

در ادامه، در بخش ۲ ساختار کلی قاب در یک سیستم OFDM در استاندارد IEEE 802.16_2004 توصیف می شود و در بخش ۳ روشهای مختلف همزمان سازی نماد برای این استاندارد معرفی میگردد و در بخش ۴ روش جدیدی بر مبنای روشهای ارائه شده، پیشنهاد خواهد شد. نهایتاً در بخش ۵ این روشها با یکدیگر مقایسه می شوند. بخش ۶ جمع بندی کلی از مطالب این مقاله را در بر خواهد داشت.

۱- مقدمه

OFDM، بدلیل بازده طیفی بالا، توانایی مقابله با مشکلات نویز جمع شونده و کانالهای چند مسیره، سرعت انتقال همراه با قابلیت اطمینان بالا در شرایط بسیار سخت کانال و مدولاسیون وقفی با توجه به شرایط کانال، کاربرد زیادی را در بسیاری از زمینه ها پیدا کرده است. با این وجود برخی مشکلات، مانند نسبت بزرگ قله به متوسط توان و همین طور حساسیت بالا نسبت به خطای همزمان سازی، در سیستم OFDM باعث افت کیفیت شده و مقابله با آن بر پیچیدگی سیستم می افزاید.

خانواده استاندارد IEEE 802.16، شبکه بی سیم شهری با واسط هوا برای دسترسی بی سیم باند گسترده ثابت (BWA)، امکان ارتباط برای مایل آخر را برای کاربرد های پر سرعت انتقال صوت، تصویر و سرویس های داده فراهم می کند. به این مفهوم که از این استاندارد می توان برای انتقال اطلاعات در مرحله آخر انتقال استفاده کرد و اطلاعات را توسط این استاندارد به مشتریان تحویل داد. برتری بسیار پر اهمیت این استاندارد بر روی BWA، هزینه کم برای نصب و نگهداری در مقایسه با شبکه های تجاری سیمی یا فیبری، خصوصاً برای مناطق بسیار دور دست که دسترسی به آنها مشکل است، می باشد.

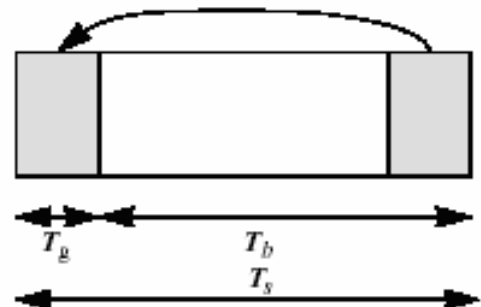
عمل همزمان سازی در همه سیستمهای مخابرات دیجیتال، پر اهمیت است و بخصوص با توجه به مطالب ذکر شده در سیستم OFDM تاثیر آن بر کیفیت کارکرد سیستم چشمگیرتر است.

۲- ساختار کلی قاب

استاندارد IEEE 802.16_2004 دارای لایه فیزیکی پنج گزینه ای، شامل لایه فیزیکی تک حاملی، لایه فیزیکی تک حاملی جدید، لایه فیزیکی OFDM، لایه فیزیکی OFDMA و لایه فیزیکی HUMAN، می باشد. در این بررسی تنها بر روی رفتار لایه فیزیکی OFDM متمرکز می شویم.

فرکانس حامل در لایه فیزیکی OFDM در 802.16_2004 برای کاربردهای NLOS، ۱۱-۲ گیگا هرتز می باشد. استفاده از تکنولوژی OFDM باعث استفاده موثر از طیف فرکانسی (Spectrum efficiency) می شود. با استفاده از OFDM با تبدیل فوریه ۲۵۶ نقطه ای (در مقایسه با تبدیل فوریه ۶۴ نقطه ای در 802.11a)، طول سمبل طولانی تر شده است بنابراین تحمل زیادی در مقابل تاخیر طولانی چند مسیره، که در کاربردهای NLOS با برد زیاد اتفاق می افتد، وجود دارد. برای اطمینان از قابلیت عبوردهی (Throughput) حداکثر و پایا، مدولاسیون وقتی QPSK, 64_QAM, 16_QAM، در این استاندارد مشخص شده است.

لایه فیزیکی OFDM از ارسال بر پایه قاب (Frame) پشتیبانی می کند. طول یک قاب شامل مجموعه اطلاعات ارسال شده توسط BS و SS ها (PHY PDUS) در نمادهای متوالی، شکافها (Gaps) و فاصله محافظ می باشد. شکل موج OFDM از تبدیل فوریه معکوس یک دنباله از اطلاعات تولید می شود. طول دوره مفید نماد، T_b است. به اندازه T_g از آخر نماد، مجدداً در ابتدای نماد کپی شده، که پیشوند چرخشی (CP) نامیده می شود و برای کانالهای چند مسیره جهت حفظ تعامد حامل های فرکانسی استفاده می شود. شکل ۱-۲ این ساختار را نشان می دهد.



شکل ۱-۲. ساختار زمانی نماد OFDM

با افزودن CP به ابتدای نماد، بازسازی را از هرجای نماد می توان آغاز کرد. این امر علاوه بر افزایش مصونیت در قبال چند مسیری، موجب مصونیت در قبال تغییرات زمان همزمان سازی نماد می شود.

در حوزه فرکانس، سیگنال OFDM از تعدادی حامل تشکیل شده است که تعداد آنها اندازه تبدیل فوریه سریع را مشخص می کند.

در اینجا سه نوع حامل مختلف وجود دارد:

حاملهای داده: برای ارسال داده

حاملهای نمونه های آزمایشی: برای تخمین های مختلف

حاملهای خالی: این حاملها هیچ اطلاعاتی را در بر ندارند و برای باند محافظ (Guard band)، حاملهایی که غیرفعال هستند و حامل با فرکانس صفر (DC) استفاده می شوند.

سیگنال ارسالی به فرم زیر می باشد:

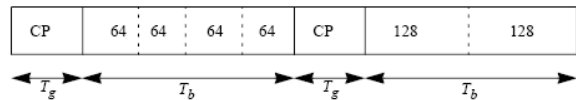
$$s(t) = \text{Re} \left\{ e^{j2\pi f_c t} \sum_{k=-\frac{N_{\text{used}}}{2}}^{\frac{N_{\text{used}}}{2}} C_k e^{j2\pi k \Delta f (t-T_g)} \right\} \quad k \neq 0 \quad (1)$$

در استاندارد 802.16 در ابتدای هر قاب از دنباله داده ها یک دنباله مشخص با عنوان سرآغاز ارسال می گردد که برای کاربردهایی مثل همزمان سازی نماد و فرکانس و تنظیم توان تقویت کننده ها کاربرد دارد. ساختار همه سرآغازها مانند یکدیگر و شامل دو نماد OFDM می باشد و هر نماد OFDM سرآغاز شامل یک CP با طولی برابر با CP مربوط به نمادهای OFDM داده می باشد.

سرآغاز در دنباله داده شامل دو نماد OFDM پیپای می باشد. درحوزه فرکانس دنباله سرآغاز برای حالت پهنای باند کامل از دنباله P_{ALL} که در استاندارد معرفی شده است گرفته می شود.

نماد OFDM اول تنها حاملهایی از P_{ALL} که اندیس آنها مضارب چهار است را استفاده می کند و بنابراین شکل موج حوزه زمان اولین نماد، تکرار چهار تکه ۶۴ نمونه ای به همراه CP در آغاز آن می باشد. نماد OFDM دوم تنها حاملهای زوج P_{ALL} را بکار گرفته است و بنابراین ساختار حوزه زمان از تکرار دو تکه ۱۲۸ نمونه ای به همراه CP در آغاز آن ساخته می شود. به این ترتیب به قرارگرفتن دو نماد OFDM در کنار یکدیگر سرآغاز طولانی می گویند که در شکل ۲-۲ نمایش داده شده است. در ارسال پایین سو (DL) از سرآغاز طولانی استفاده می شود، در حالی که در

ارسال بالاسو (UL) تنها نماد دوم بعنوان سرآغاز استفاده می شود و به آن سرآغاز کوتاه می گویند.



شکل ۲-۲. ساختار سرآغاز در اتصال پائین سو

۳-۱ همزمان سازی نماد

در یک سیستم گیرنده، همزمان سازی دقیق و پایدار متشکل از همزمانی زمخت (Coarse symbol timing) در کنار همزمان سازی ظریف نماد (Fine symbol timing) و یک ساختار کنترل زمان یابی نماد (Symbol timing control structure) می باشد، که در مجموع بیانگر بلوک همزمان ساز می باشند.

روش معمول برای همزمان سازی زمخت نماد در حوزه زمان، - روش معمول برای همزمان سازی زمخت نماد در حوزه زمان، - تخمین حداکثر درستنمایی است که بر پایه استفاده از نماد CP OFDM می باشد. معتبرترین الگوریتم در [۲] پیشنهاد شده است هر چند بازدهی خوب این روش تنها در کانال AWGN حاصل شد. زمانی که سختی شرایط کانال افزایش می یابد داده ها بواسطه تداخل بین نمادها گسترده می شود و بخش پیشوند چرخشی دچار تغییرات می شود، به همین دلیل در تخمین نقطه شروع نماد OFDM نوسانات محسوسی وجود خواهد داشت.

در [۲] با استفاده از مفهوم CP به عنوان یک سرآغاز برای ساخت یک نماد OFDM، از وابستگی این بخش از نماد به بخش انتهایی نماد استفاده نموده است و با معرفی تابع لگاریتم درستنمایی سعی دارد نقطه شروعی که این تابع را حداکثر می کند به عنوان نقطه شروع نماد معرفی نماید. در سالهای اخیر، [۳]- [۷]، روشهای ارائه شده برای سیستمهایی با دنباله سرآغاز، معمولاً مبتنی بر محاسبه تابع خودهمبستگی و تابع همبستگی متقابل برای این بخش از قالب و تسری نتیجه به کل قالب می باشند، به این ترتیب حجم محاسبات بطور قابل ملاحظه ای کاهش می یابد.

در این مقاله با استفاده از روشهای پیشنهادی در مراجع [۲]- [۷] و با توجه به ساختار ویژه دنباله سرآغاز در استاندارد IEEE 802.16_2004، این روشها را به استاندارد مذکور تعمیم داده ایم.

در کلیه روابط، $r(k)$ دنباله دریافتی در گیرنده و $s(k)$ کپی موجود از دنباله سرآغاز نزد گیرنده، می باشد.

روش اول [۲]

$$\Lambda(d) = \gamma(d) - \rho\phi(d) \quad (۲)$$

$$\gamma(d) \triangleq \sum_{k=d}^{d+N_p-1} r(k)r^*(k+N_p) \quad (۳)$$

۳- همزمان سازی

همزمان سازی یکی از پر اهمیت ترین موضوعات برای همه سیستمهای مخابرات دیجیتال است. سیستمهای OFDM نسبت به جابجایی زمانی و فرکانسی حامل بسیار حساس هستند و بنابر این همزمان سازی برای سیستمهای OFDM بسیار حیاتی است [۱]. هنگامی که سیگنالها در حال انتقال در شرایط سخت کانال با محو شدگی چند مسیره، تخریب نویز پالسی و جابجایی دوپلر قرار می گیرند، همزمان سازی نماد در آغاز روند طراحی یک سیستم گیرنده OFDM اهمیت حیاتی دارد. خطای همزمان سازی نماد می تواند باعث تخریب دامنه و فاز سیگنال و بوجود آمدن تداخل بین نمادها شود که هریک به تنهایی باعث افزایش خطای سیستم می شود.

از آنجا که ارسال اطلاعات در سیستم مبتنی بر استاندارد IEEE 802.16_2004 بصورت فوج بسته ها می باشد، زمان آغاز ارسال اطلاعات نزد گیرنده نامشخص است.

دنباله اصلی، که زیر دنباله های سرآغاز از روی آن تولید شده است، در حوزه زمان دارای فرمی بصورت سیگنال Chirp می باشد. این سیگنال که یک تابع کسینوسی با فرکانس متغیر می باشد، دارای یک خصوصیت بسیار جالب است، که علت انتخاب این دنباله به عنوان سرآغاز در این استاندارد می باشد. سیگنال Chirp بگونه ای است که، خود همبستگی این سیگنال، در صورت اندک جابجایی زمانی آن بشدت افت می کند و در محل انطباق سیگنال با خودش یک قله بزرگ در نمودار تابع خود همبستگی مشاهده می شود. چنین خصوصیتی باعث می شود که با محاسبه تابع خودهمبستگی سرآغاز با خودش، بتوانیم با دقت زیادی، محل شروع نماد را تخمین بزنیم. در ادامه با توجه به ساختار سرآغاز در این استاندارد، همزمان سازی شروع نماد مورد بررسی قرار می گیرد.

$$power(d) = \sum_{k=0}^{N_p-1} r^*(d+k)r(d+k) \quad (13)$$

$$ref1(d) = \frac{1}{3} (|metric1(d)| + |metric2(d)| + |metric3(d)|) \quad (14)$$

$$M = \frac{ref1(d)}{power(d+4N_p)} \quad (15)$$

$$\hat{\theta}_{offset} = \arg \max_{1 < \theta < N_p} \left\{ \sum_{k=0}^{N_p-1} r^*(d_{coarse} + 2N_p - \theta - k)s(k) \right\}^2 \quad (16)$$

روابط (۱۰) تا (۱۵) مربوط به محاسبه زمخت نقطه شروع می باشد. در این روابط با محاسبه همبستگی زیر نماد های با فاصله یک تا سه زیر نماد از زیر نماد مبنا و متوسط گیری، محل آغازین نماد تخمین زده خواهد شد. رابطه (۱۶) تخمین ظریف این نقطه با محاسبه همبستگی سیگنال دریافتی و کپی موجود در گیرنده، با انتخاب محل تخمین در مرحله قبل، به عنوان نقطه آغازین می باشد.

روش چهارم [۵]

$$M_{right}(d) = \frac{1}{L_p+1} \sum_{k=-L_p}^0 M_{wtd}(d+k) \quad (17)$$

$$M_{left}(d) = \frac{1}{L_p+1} \sum_{k=0}^{\hat{L}_p} M_{wtd}(d+k) \quad (18)$$

$$M_{wtd}(d) = \frac{|P_{wtd}(d)|^2}{R_{wtd}^2(d)} \quad (19)$$

$$P_{wtd}(d) = \sum_{m=0}^{N_p-1} w(m)r^*(d+m)r(d+m+N_p) \quad (20)$$

$$R_{wtd}(d) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{N_p-1} w(m)(|r(d+m)|^2 + |r(d+m+N_p)|^2) \quad (21)$$

همانگونه که مشخص است، تابع همبستگی در یک تابع وزن دهی ضرب می شود که در این مقاله وزن بهینه برای این معیار در بخش چهارم ارائه خواهد شد.

روش پنجم [۶]

$$M(d) = \frac{|p(d)|^2}{R^2(d)} \quad (22)$$

$$p(d) = \sum_{i=0}^{M-1} [r(d+i)a(i)]^* [r(d+i+M)s(i)] \quad (23)$$

$$\phi(d) \triangleq \sum_{k=d}^{d+N_p-1} |r(k)|^2 + |r(k+N_p)|^2 \quad (4)$$

$$\rho \triangleq \frac{E\{r(k)r^*(k+N_p)\}}{\sqrt{E\{r(k)\}^2} \sqrt{E\{r(k+N_p)\}^2}} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} = \frac{SNR}{SNR+1} \quad (5)$$

در روابط فوق، N_p بیانگر هر بخش از دنباله اول در سرآغاز می باشد. در رابطه (۳) همبستگی بین دو زیر دنباله متوالی از نقطه آغازین d محاسبه می گردد و در رابطه (۴) انرژی این سیگنالها محاسبه و جمع زده می شود و به این ترتیب معیار شناسایی نقطه آغاز از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$\hat{d}_{ML} = \arg \max_d \{ |\gamma(d)| - \rho\phi(d) \} \quad (6)$$

روش دوم [۳]

$$A(d) = \sum_{k=0}^N r(k+d)r^*(k+d+L) \quad (7)$$

$$Y(n) = \frac{1}{2L+1} \sum_{k=-L}^L A(n+k) + A(n) \quad (8)$$

در این روش بردار مشاهده برابر با پنج زیر نماد از دنباله سرآغاز ابتدایی می باشد. $N = 64 - 2 * 64$ و $L = 1 * 64$ در نظر گرفته شده است. در رابطه (۸) از یک فیلتر با میانگین پیشرونده برای کاهش وابستگی محل تخمین به همزمانی نوسان سازهای محلی استفاده شده است. تخمین ظریف نقطه شروع نماد با ترکیب روابط فوق با رابطه زیر، حاصل می شود که در آن همبستگی زیر دنباله دریافتی با کپی موجود در گیرنده برای M نماد متوالی محاسبه می شود.

$$C(d) = \sum_{l=0}^M \sum_{k=l}^{N_p} r(l*N_p+k+d)s^*(l*N_p+k) \quad (9)$$

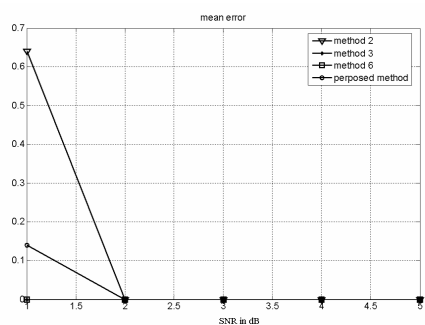
روش سوم [۴]

$$metric1(d) = \sum_{k=0}^{N_p-1} r^*(d+k+2N_p)r(d+k+3N_p) \quad (10)$$

$$metric2(d) = \sum_{k=0}^{N_p-1} r^*(d+k+N_p)r(d+k+3N_p) \quad (11)$$

$$metric3(d) = \sum_{k=0}^{N_p-1} r^*(d+k)r(d+k+3N_p) \quad (12)$$

در صورتی که پس از بدست آوردن ناحیه تقریبی شروع نماد با



شکل ۳-۴. مقایسه متوسط خطای مربوط به روش ترکیبی پیشنهادی با سه روش دیگر

کمک وزن پیشنهادی در این بخش، از تخمین ظریف ارایه شده در روش سوم استفاده نماییم نتایج بسیار خوبی بدست خواهد آمد.

۵- بررسی و مقایسه

روشهای ارایه شده در بخش سه که عمدتاً با اعمال تغییراتی بر روی روشهای استفاده شده در مراجع پیشین، بکار گرفته شده است، همچنین روش پیشنهادی در بخش چهارم، را می توان با در نظر گرفتن میزان خطای سیستم در تشخیص نقطه شروع و یا با بررسی تعداد عملیات مورد نیاز در یک مرحله بررسی دنباله سرآغاز، برای تشخیص نقطه شروع نماد، با یکدیگر مقایسه کرد. معیارهای مقایسه در اینجا از سه رابطه زیر برگرفته شده است:

$$MSE : v = E \left[(n - n_{actual})^2 \right] \quad (26)$$

$$ME : m = E \left[(n - n_{actual}) \right] \quad (27)$$

$$PF : e = P \left[n \neq n_{actual} \right] \quad (28)$$

که در آنها n_{actual} بیانگر محل واقعی شروع قالب و \hat{n} محل تخمین زده شده می باشد.

نمودارهای ۲-۴ تا ۴-۴ نمودارهای مربوط به محاسبه خطای روش پیشنهادی را نشان می دهد. همانطور که ملاحظه می شود این روش، دارای نتیجه بسیار خوبی در SNR های پایین می باشد.

$$R(d) = \sum_{i=0}^{M-1} [r(d+i+M)]^2 \quad (24)$$

شایان ذکر است که در اینجا همزمان سازی بر روی نماد دوم در دنباله سرآغاز محاسبه شده است.

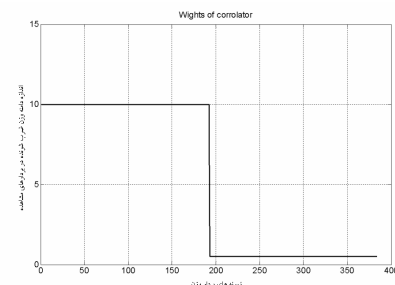
روش ششم [۷]

$$Q(d) = \frac{P(d)}{R(d)} = \frac{\left| \sum_{m=0}^{L-1} r_{m+d}^* s_m \right| \left| \sum_{m=0}^{L-1} r_{m+d+4L} s_m \right|}{\left(\sum_{m=0}^{L-1} |r_{m+d}|^2 \right) \left(\sum_{m=0}^{L-1} |s_m|^2 \right)} \quad (25)$$

در این روش همانگونه که مشاهده می شود، ترکیبی از توابع همبستگی با فواصل متفاوت، برای شناسایی نقطه آغازین، استفاده شده است.

۴- روش پیشنهادی

با بررسی نمودار خودهمبستگی محاسبه شده در روش چهارم، تابع وزنی که دارای شکلی شبیه به این نمودار در طول دنباله سرآغاز باشد، به نظر مفید می رسد. بنابراین تابع وزنی با ساختار شکل ۴-۱ پیشنهاد می شود.



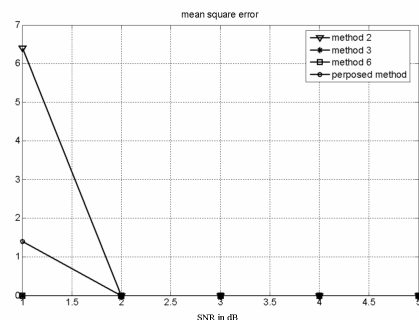
شکل ۴-۱. نمودار وزن ضرب شده در محاسبه همبستگی در روش پیشنهادی بعلاوه با توجه به اینکه روش چهارم، تنها یک روش برای تخمین زمخت می باشد، می توان با ترکیب این روش با یکی از روشهای تخمین ظریف به نتایج بهتری دست یافت.

سازی نماد در سیستمهای مبتنی بر OFDM با ارسال بسته ای، به سیستمی تحت استاندارد IEEE 802.16_2004 تعمیم داده شد. بعلاوه بر مبنای این روشها، روش جدیدی پیشنهاد و از نظر دقت و پیچیدگی با روشهای قبلی مقایسه شد.

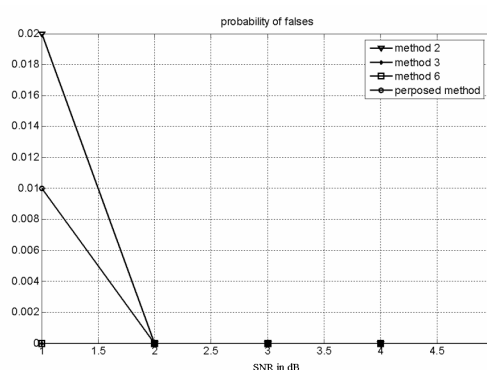
در روش جدید، تابع وزنی برای ضرایب همبستگی محاسبه شده بین بخشهای مختلف دنباله سرآغاز پیشنهاد شد که در کنار تخمین ظریف محل شروع سمبل، به بهبود تخمین کمک می کند. همانگونه که نمودارها و جداول نشان می دهند، روش پیشنهادی دارای دقت و پیچیدگی بهینه ای نسبت به روشهای قبلی می باشد.

مراجع

- [1] A.i. B., Yang, Z. X., Pan, C. Y., Jian-hua Ge, Wang, Y., Zhen, L., "On the Synchronization Techniques for Wireless OFDM Systems", *IEEE Trans on Broadcasting*, Vol. 52, No. 2, 2006.
- [2] Beek, V. D., Sandelland, M., Börjesson, P. O., "ML Estimation Of Time and Frequency Offset in OFDM Systems," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 45, No. 7, pp. 1800–1805, 1997.
- [3] Nandula, S., Giridhar, K., " Robust Timing Synchronization for OFDM Based Wireless LAN System ", 0-7803-765 1 -X/03/\$17.00 © 2003 IEEE
- [4] Tan, Y., Leyonhjem, S., Faulkner, M., " Timing Synchronization for OFDM WLANs with Time Average Scheme", 0-7803-9392-9/06/\$20.00 ©2006 IEEE.
- [5] Balamurali, N., JalihaE, D., "Robust Timing And Frequency Synchronization Algorithm For IEEE 802.16 OFDM Systems" *International Conference on Signal Processing & Communications (SPCOM)*, 2004.
- [6] Kishore, CH. N., Reddy, V. U., "A Frame Synchronization and Frequency Offset Estimation Algorithm for OFDM System and Its Analysis", *HindawiPublishingCorporation EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking* .Vol2006 ,ArticleID57018 ,pp1–16.
- [7] Xu, J. P., Guan, B. R., "An Efficient Timing Synchronization Scheme for OFDM Systems in IEEE 802.16d" 0-7803-9433-X/05/\$20.00 ©2005 IEEE.



شکل ۴-۲. مقایسه متوسط مربعات خطای مربوط به روش ترکیبی پیشنهادی با سه روش دیگر



شکل ۴-۴. مقایسه احتمال تخمین نادرست مربوط به روش ترکیبی پیشنهادی با سه روش دیگر

در ادامه جدول ۴-۱ بیانگر تعداد عملیات ضرب و جمع مورد نیاز برای یک بار بررسی بر روی دنباله سرآغاز در روشهای پیشنهادی می باشد.

جدول ۴-۱. مقایسه تعداد عملیات ضرب و جمع در روش پیشنهادی با سایر روشها

شماره روش	تعداد عملیات ضرب در هر نقطه از بردار مشاهده	تعداد عملیات جمع در هر نقطه از بردار مشاهده	حداقل طول بردار مشاهده مورد نیاز
۱	۱۹۲	۱۹۰	۶۴
۲	۳۲۰	۳۳۰	۲۵۶
۳	۳۲۰	۳۱۸	۲۵۶
۴	۱۹۴	۲۰۱	۱۲۸
۵	۵۱۲	۲۵۴	۶۴
۶	۲۵۸	۲۵۲	۶۴
روش پیشنهادی	۲۵۸	۲۶۴	۱۲۸

۶- جمع بندی

در بررسی حاضر، روشهای مختلف ارائه شده، برای همزمان