

جبران سازی ICI در سیستمهای OFDM با استفاده از تخمین چند جمله‌ای کانال

محسن شکیبا، حامد نریمانی

دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

Emails : Mshakiba_1360@yahoo.com, Narimani_hh@yahoo.com

چکیده

یکی از مشکلات اصلی در سیستمهای OFDM، حساسیت این سیستمها به آفست فرکانسی بین سیگنالهای ارسالی و دریافتی است که این آفست می تواند در اثر پدیده شیفت داپلر در کانال و یا اختلاف در فرکانس اسیلاتورهای محلی گیرنده و فرستنده باشد. آفست فرکانسی حاملها باعث از بین رفتن تعامد بین زیرحاملها می شود و در نتیجه سیگنالهای انتقال یافته بر روی حاملهای مختلف، از یکدیگر مستقل نخواهند بود و پدیده "تداخل بین حاملها"، ICI، به وجود خواهد آمد. محققان روشهای مختلفی برای مقابله با ICI در سیستمهای OFDM پیشنهاد کرده اند؛ روشهای موجود را می توان به سه دسته اصلی frequency-domain equalization, time-domain windowing و ICI self-cancellation تقسیم کرد. علاوه بر اینها، روشهای آماری نیز برای تخمین و کاهش ICI ارایه شده است. در این تحقیق نخست اشاره ای کوتاه و کلی به روشهای موجود خواهیم داشت و سپس به بررسی روشی مبتنی بر تخمین کانال و جبران سازی آن خواهیم پرداخت.

۱. مروری بر روشهای مرسوم

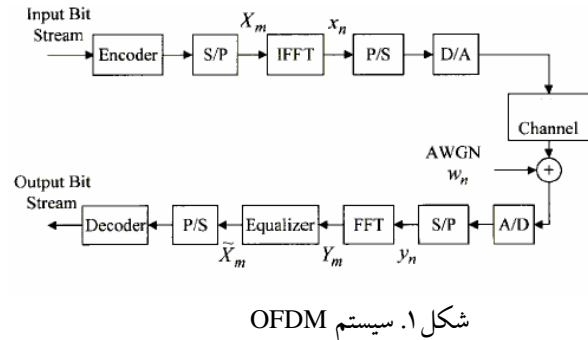
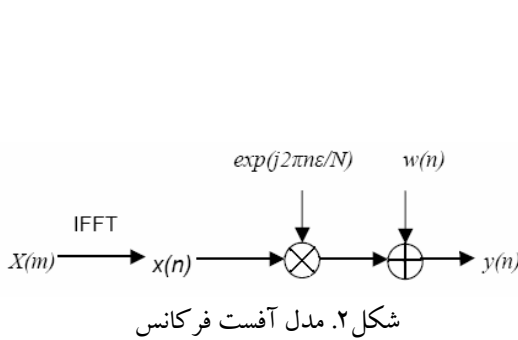
شکل ۱ مدل ساده شده ای از یک سیستم OFDM را نشان می دهد. در این سیستم جریان بیتهای ورودی، به N دنباله سمبل با دوره T_s تقسیم می شود و از هر دنباله سمبل برای مدولاسیون زیرحاملهای موازی ارسال شده در یک فریم استفاده می شود. در حوزه فرکانس، زیرحاملها در فواصل $1/NT_s$ از یکدیگر قرار می گیرند و بنابراین بر روی بازه $(0, T_s)$ متعامد هستند. مبدل سریال به موازی (S/P) دنباله بیتهای ورودی از کدگذار را به دسته های $\log_2 M$ بیتی تقسیم می کند که در آن M اندازه القبای سیستم مدولاسیون مورد استفاده است. سپس سمبلهای تولید شده (X_m ها) در دسته های N تایی به یک بلوک IFFT داده می شود تا سمبلهای OFDM تولید شوند؛ بنابراین سمبلهای OFDM با رابطه

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{j \frac{2\pi mn}{N}} \quad (1)$$

قابل توصیف می باشند که در آن X_m ها، سمبلهای باند پایه بر روی هر زیرحامل هستند. مبدل آنالوگ به دیجیتال، یک سیگنال آنالوگ در حوزه زمان ایجاد می کند که از طریق کانال منتقل می شود. در گیرنده، نخست سیگنال به حالت گسسته باز گردانده می شود تا سیگنال $y[n]$ حاصل شود؛ سپس این سیگنال از یک بلوک FFT گذرانده می شود تا دنباله Y_m به صورت زیر حاصل شود:

$$Y_m = \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-j \frac{2\pi mn}{N}} \quad (2)$$

همانطور که پیش از این اشاره شد، مهمترین عامل مولد ICI در سیستمهای OFDM وجود عدم تطابق، هر چند جزئی^۱، در فرکانسهای حامل گیرنده و فرستنده است. این عدم تطابق می تواند در اثر پدیده شیفت داپلر ناشی از حرکت نسبی بین گیرنده و فرستنده و یا اختلاف بین فرکانسهای نوسانگرهای محلی^۳ گیرنده و فرستنده باشد. در ساده ترین مدل ممکن، فرض کنید که frequency offset به صورت یک ضریب مختلط نشان داده شود و کانال، یک کانال با نویز جمع شونده سفید گاوسی باشد (شکل ۲).



در این حالت سیگنال دریافتی عبارت است از

$$y[n] = x[n] e^{\frac{j2\pi n \epsilon}{N}} + w[n] \quad (3)$$

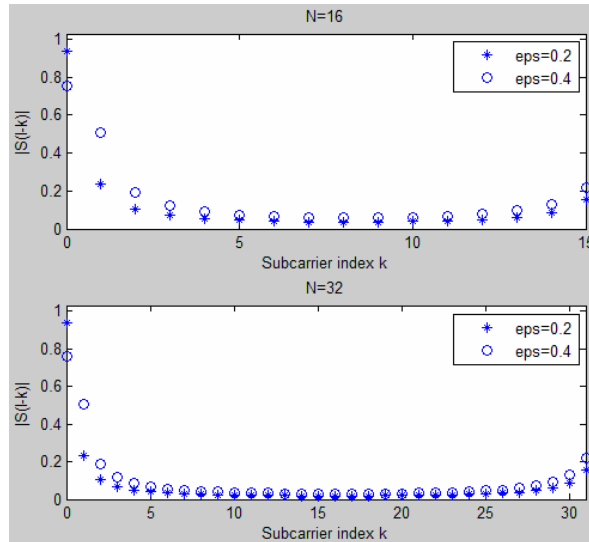
که در آن ϵ آفست فرکانسی نرمالیزه است و از رابطه $\Delta f N T_s$ به دست می آید. Δf اختلاف بین فرکانس حاملهای گیرنده و فرستنده است و T_s دوره سمبل زیرحامل است. $w[n]$ نیز، نویز سفید جمع شونده گاوسی در کانال است. برای بررسی اثر آفست فرکانسی بر روی سیگنال دریافتی، سمبل دریافتی بر روی k امین زیرحامل، Y_k را در نظر بگیرید:

$$Y_k = X_k S(0) + \sum_{l=0, l \neq k}^{N-1} X_l S(l-k) + n_k \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

که در آن N تعداد زیرحاملها، X_k سمبل ارسال شده برای k امین زیرحامل، n_k تبدیل فوریه $w[n]$ و $S(l-k)$ ها ضرایب مختلط برای اجزاء ICI در سیگنال دریافتی است. اجزاء ICI عبارتند از سیگنالهای تداخل یافته ناشی از سایر زیر حاملها بر روی زیرحامل k ام و از رابطه زیر به دست می آیند:

$$S(l-k) = \frac{\sin(\pi(l+\epsilon-k))}{N \sin(\pi(l+\epsilon-k)/N)} \exp(j\pi(1-\frac{1}{N})(l+\epsilon-k)) \quad (5)$$

برای تحلیل اثر ICI بر روی سیگنال دریافتی، دو سیستم با $N=16$ و $N=32$ حامل را در نظر بگیرید. مقدار آفست فرکانسی مورد استفاده 0.2 و 0.4 است و l برابر صفر در نظر گرفته شده تا اثر تداخل بر روی زیرحامل با اندیس صفر را بررسی کنیم. شکل ۳ اندازه ضرایب مختلط $S(l-k)$ را برای همه زیرحاملها نشان می دهد. شکل ۳ نشان می دهد که به ازای مقادیر بزرگتر ϵ مقدار $S(0)$ (که مقدار مطلوب است) کاهش می یابد در حالی که سایر مقادیر (که باعث ایجاد ICI می گردند) افزایش می یابند. همچنین به وضوح دیده می شود که بیشترین اثر مخرب از طرف حاملهای مجاور به وجود می آید که از این مشاهده در روش self cancellation، که در ادامه به آن اشاره خواهیم کرد، استفاده می شود.



شکل ۳. ضرایب ICI به ازای N=32 و N=16 به صورت تئوریک

نسبت حامل به تداخل یا CIR (Carrier to Interference Ratio) عبارت است از نسبت بین توان سیگنال مطلوب به مجموع توان سیگنالهای متداخل. این ضریب به عنوان معیاری مناسب برای کیفیت سیگنال به کار می‌رود. با فرض صفر بودن میانگین سیگنالهای ارسالی و استقلال سمبلهای ارسالی بر روی زیرحاملها خواهیم داشت:

$$CIR = \frac{|S(k)|^2}{\sum_{l=0, l \neq k}^{N-1} |S(l-k)|^2} = \frac{|S(0)|^2}{\sum_{l=1}^{N-1} |S(k)|^2} \quad (6)$$

۱-۱. ICI self cancellation

روش SC⁴ توسط Sven Gustav Haggman و Yuping Zhao در سال ۲۰۰۱ معرفی شد. ایده اصلی این روش عبارت است از کدگذاری سمبلهای ورودی بر روی گروهی از زیرحاملها با ضرایب معین، به گونه‌ای که ICI تولید شده توسط سیگنالها در داخل هر گروه، همدیگر را خنثی کنند و به همین دلیل به این روش self cancellation می‌گویند. در ساده‌ترین حالت فرض کنید که سمبلهای ارسالی به صورت

$$X_1 = -X_0, X_3 = -X_2, \dots, X_{N-1} = -X_{N-2}$$

باشند. با استفاده از تعریف ارایه شده در رابطه (۵)، در این حالت سیگنال دریافتی به صورت زیر خواهد بود

$$Y'_k = \sum_{l=0, \text{even}}^{N-2} X_l [S(l-k) - S(l+1-k)] + n_k \quad (7)$$

$$Y'_{k+1} = \sum_{l=0, \text{even}}^{N-2} X_l [S(l-1-k) - S(l-k)] + n_{k+1}$$

و بنابراین در این حالت ضرایب ICI، $S'(l-k)$ ، از رابطه

$$S'(l-k) = S(l-k) + S(l+1-k) \quad (8)$$

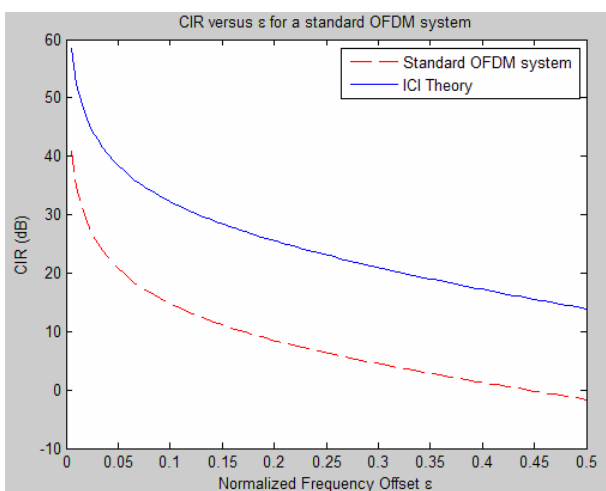
به دست می‌آید. اگر اندازه $S'(l-k)$ ها را برحسب زیرحاملها رسم کنیم، مشاهده می‌شود که اندازه ضرایب جدید در مقایسه با ضرایب قبلی ($S(l-k)$) تا حد زیادی بهبود یافته است (شکل ۴).

همانگونه که مشاهده می‌شود این روش باعث ایجاد افزونگی در سیگنال ارسالی می‌شود و هر جفت زیرحامل (در حالت کلی هر L زیرحامل) تنها یک سمبل را منتقل می‌کنند. از این افزونگی می‌توان برای بهبود ICI استفاده کرد اما در مقابل، بازده پهنای باند به نصف (در حالت کلی به $1/L$) کاهش می‌یابد. برای استفاده از این افزونگی، سیگنال دریافتی در $k+1$ امین زیرحامل، هنگامی که k زوج است، از k امین زیرحامل کم می‌شود:

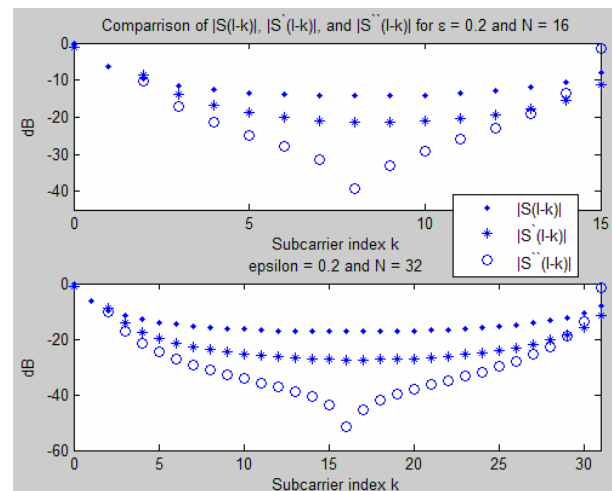
$$Y''_k = Y'_k - Y'_{k+1} = \sum_{l=0, even}^{N-2} X_l [-S(l-1-k) + 2S(l-k) - S(l+1-k)] + n_k - n_{k+1} \quad (9)$$

و بنابراین ضرایب ICI به صورت زیر خواهند بود:

$$S''(l-k) = -S(l-1-k) + 2S(l-k) - S(l+1-k) \quad (10)$$



شکل ۵. CIR برحسب ϵ



شکل ۴. مقایسه ضرایب ICI

شکل ۴ اندازه هر یک از ضرایب را برحسب زیرحاملها نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود، برای بسیاری از مقادیر $l-k$ ، اندازه ضرایب ICI به مقدار قابل توجهی کاهش یافته است که این امر باعث افزایش CIR می‌شود. از رابطه (۱۰) مقدار تئوریک CIR به صورت زیر به دست می‌آید:

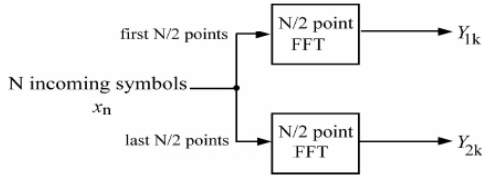
$$CIR = \frac{|-S(-1) + 2S(0) - S(1)|^2}{\sum_{l=2,4,6,\dots}^{N-1} |-S(l-1) + 2S(l) - S(l+1)|^2} \quad (11)$$

شکل ۵ تغییرات CIR را برحسب ϵ در یک سیستم OFDM استاندارد، براساس محاسبات تئوری بیان شده، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که CIR، با استفاده از روش SC به مقدار زیادی (در حدود 15dB) بهبود یافته است اما همانگونه که بیان شد روش SC باعث کاهش بازده پهنای باند با یک ضریب $1/L$ می‌شود.

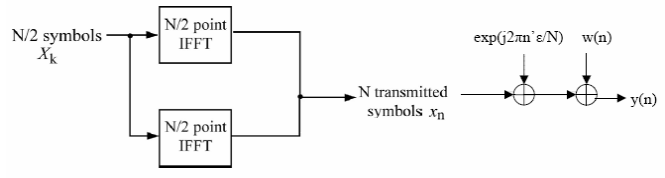
۲-۱. Maximum Likelihood Estimation

روش دیگری که برای تصحیح آفست فرکانس در سیستمهای OFDM پیشنهاد شده است، روش تخمین ML است که توسط Moose ارائه شده است. در این روش، در گیرنده ابتدا آفست فرکانسی به صورت آماری و با استفاده از یک الگوریتم ML تخمین زده می‌شود و سپس با استفاده از این تخمین، سیگنال ارسالی از روی سیگنال دریافتی تخمین زده می‌شود. برای انجام این عمل، نخست یک

سمبل OFDM به دو قسمت تقسیم شده و هر قسمت به یک بلوک N/2-point IFFT داده می‌شود و سپس هر دنباله N/2 نقطه‌ای دو بار از کانال عبور داده می‌شود (شکل ۶)؛ بنابراین در هر بلوک N تایی ارسال $X_n = X_{n+\frac{N}{2}}$ در گیرنده نیز، نخست سیگنال دریافتی به دو قسمت تقسیم شده و سپس هر قسمت به یک بلوک N/2-point FFT داده می‌شود (شکل ۷).



شکل ۷. بلوک FFT در گیرنده تخمین آفست



شکل ۶. ارسال اطلاعات در روش ML

خروجیهای بلوک FFT عبارتند از:

$$Y_1(k) = R_1(k) + W_1(k) \quad (1-12)$$

$$Y_2(k) = R_1(k).e^{j2\pi\epsilon} + W_2(k) \quad (2-12)$$

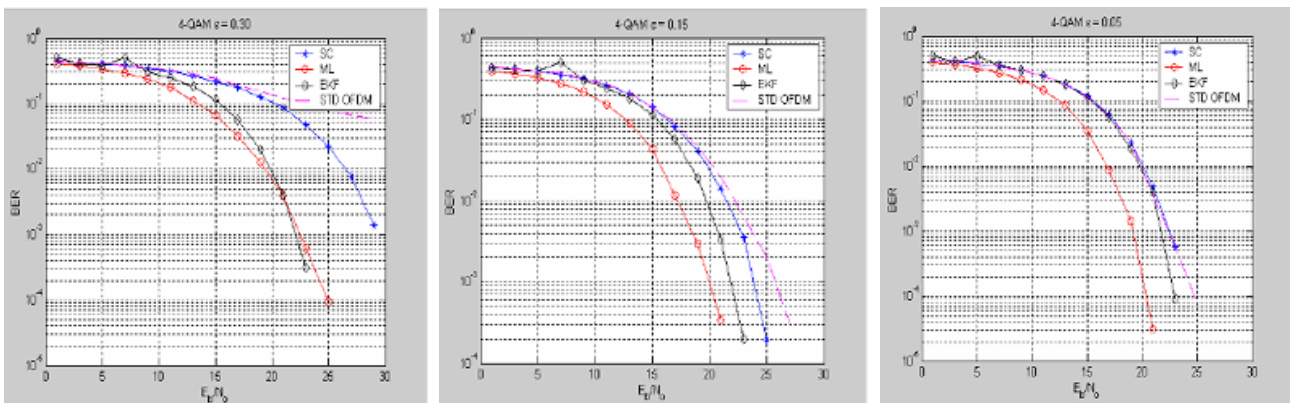
که در آن $W_i(k)$ ها اثر نویز بر روی خروجی FFT هستند و $R_1(k)$ ، خروجی بلوک FFT، ناشی از N/2 نقطه از $x[n]$ می‌باشد. می‌توان نشان داد که تخمین ML برای آفست فرکانسی نرمالیزه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{k=0}^K \text{Im}[Y_2(k)Y_1^*(k)]}{\sum_{k=0}^K \text{Re}[Y_2(k)Y_1^*(k)]} \right\} \quad (13)$$

پس از آنکه آفست فرکانسی تخمین زده شد، سیگنال ارسال از رابطه زیر به دست می‌آید (تخمین زده می‌شود):

$$\hat{X}_k = FFT\{y[n]e^{-j\frac{2\pi\hat{\epsilon}}{N}}\} \quad (14)$$

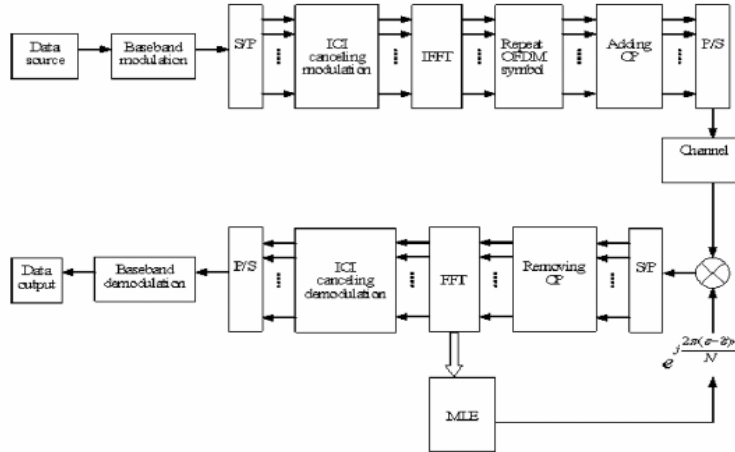
شبه‌سازی نشان می‌دهد که در صورت ثابت ماندن آفست فرکانسی و یا تغییرات کند با زمان، تخمین ML آفست برای رنج نسبتاً خوبی از SNR دارای دقت مناسبی است و گیرنده به خوبی سیگنال ارسال را آشکار می‌کند؛ اما در صورتی که تغییرات آفست سریع باشد این روش، روش مناسبی نیست و نیاز به تخمین مداوم آفست نیز باعث کاهش شدید نرخ ارسال اطلاعات می‌شود.



شکل ۸. نمودار BER برای روشهای SC و ML و مقادیر مختلف ϵ بر روی کانال تخت

۳-۱. حذف ICI با ترکیب روشهای SC و ML

یکی از روشهای پیشنهاد شده برای بهبود حذف ICI، روشی است که توسط M. J. Hao ارائه شده است. ایده مطرح شده در این روش عبارت است از ترکیب روشهای تخمین ML و SC؛ برای این منظور تخمین زنده با استفاده از همان داده‌های SC مرتبه L، آفست فرکانسی را تخمین می‌زند و بنابراین پهنای باند اضافی (نسبت به تکنیک SC) مصرف نمی‌شود. سپس از این تخمین برای جبران آفست فرکانسی استفاده می‌شود. سیگنال خروجی از این مرحله به بلوک SC مرتبه L فرستاده می‌شود تا مرحله دوم جبران آفست و حذف ICI انجام شود. طبیعتاً انتظار داریم خروجی نهایی این روش، نسبت به زمانی که تنها از یکی از این تکنیکها استفاده می‌شود، دارای کمتری باشد. شکل ۱۴ بلوک دیاگرام چنین سیستمی را نشان می‌دهد.



شکل ۹. ترکیب روشهای SC L-order و MLE

در این بخش نخست رابطه‌ای ریاضی برای تخمین ML آفست با استفاده از افزونگیهای SC مرتبه L ارائه می‌شود و سپس نتایج شبیه‌سازی یک سیستم OFDM با چنین تکنیکی بررسی می‌شود.

فرض کنید X_k زیرحامل k ام از یک سمبل OFDM باشد و H_k ضریب تابع انتقال کانال برای زیرحامل k ام باشد. همچنین فرض کنید I_k ضریب وزنی X_k در مدولاسیون SC مرتبه L باشد و $w[n]$ جمله مربوط به نویز گاوسی جمع شونده در کانال باشد. اگر n مین سمبل دریافتی از کانال را $y[n]$ و آفست فرکانسی نرمالیزه را با ϵ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_k I_k X_k e^{j2\pi n(k+\epsilon)/N} + w[n] \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (15)$$

برای سادگی در نوشتن و اختصار تعریف می‌کنیم $D \equiv e^{j2\pi/N}$. با توجه به آنکه از مدولاسیون SC مرتبه L استفاده می‌کنیم، داریم:

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N/L-1} \sum_{l=0}^{L-1} H_{Lk+l} \Gamma_l^{L-1} X_{Lk+l} D^{n(Lk+l+\epsilon)} + w[n] \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (16)$$

که در آن $\Gamma_l^{L-1} \equiv \frac{(-1)^{l(L-1)}}{l(L-1)!}$ ضرایب وزن هر زیرحامل در مدولاسیون SC مرتبه L است. حال اگر پهنای باند چسبندگی کانال به اندازه کافی بزرگتر از عرض هر یک از زیرحاملها باشد، می‌توان فرض کرد که هر L ضریب مجاور از تابع انتقال کانال تقریباً با هم برابرند یعنی $H_k = H_{Lk+l}$, $l = 1, 2, \dots, L-1$, $k = 0, L, 2L, \dots$. بنابراین خواهیم داشت:

$$y[n] = \frac{(1-D^n)^{L-1} D^{n\epsilon}}{N} \sum_{k=0}^{N/L-1} H_{Lk} X_{Lk} D^{nLk} + w[n] = s[n] + w[n] \quad (17)$$

که در آن $s[n]$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$s[n] \equiv \frac{(1-D^n)^{L-1} D^{n\epsilon}}{N} \sum_{k=0}^{N/L-1} H_{Lk} X_{Lk} D^{nLk} \quad (18)$$

از روابط ۱۷ و ۱۸ مشاهده می‌شود که می‌توان $y[n + \frac{nN}{L}]$ را برحسب $s[n]$ به صورت زیر نوشت:

$$y\left[n + \frac{lN}{L}\right] = \left(\frac{1-D^n e^{j2\pi nl/L}}{1-D^n}\right)^{L-1} e^{j2\pi nl/L} s[n] + w\left[n + \frac{lN}{L}\right], 0 \leq l \leq L-1 \quad (19)$$

بنابراین می توان $y[n]$ را به صورت تابعی از $y\left[n + \frac{lN}{L}\right]$ بیان کرد. می توان معادلات ۱۷ و ۱۹ را به فرم ماتریسی تبدیل کرد:

$$\vec{y}_l = e^{\frac{j2\pi nl}{L}} U_l \vec{s} + \vec{w}_l, \quad 0 \leq l \leq L-1 \quad (20)$$

که در آن

$$\vec{y}_l = [y[lN/L], y[lN/L + 1], \dots, y[(l+1)N/L - 1]]^T, \quad 0 \leq l \leq L-1 \quad (21)$$

$$\vec{s} = [s[0], s[1], \dots, s[\frac{N}{L} - 1]]^T \quad (22)$$

$$\vec{w}_l = [w[lN/L], w[lN/L + 1], \dots, w[(l+1)N/L - 1]]^T, \quad 0 \leq l \leq L-1 \quad (23)$$

$$U_l = \text{diag}\left\{ \dots, \left(\frac{1-D^n e^{j2\pi nl/L}}{1-D^n}\right)^{L-1}, \dots \right\}_{\frac{N}{L} \times \frac{N}{L}}, \quad 0 \leq n \leq \frac{N}{L} - 1, 0 \leq l \leq L-1 \quad (24)$$

حال می توان یک تخمین ML از \vec{s} ، براساس مشاهده بردارهای $[\vec{y}_0, \vec{y}_1, \dots, \vec{y}_{L-1}]$ به دست آورد. برای رسیدن به این هدف، باید

مقدار بیشینه تابع چگالی احتمال شرطی $p(\vec{y}_0, \vec{y}_1, \dots, \vec{y}_{L-1} | \vec{s})$ را بیابیم و یا به طور معادل باید ریشه معادله

$$\frac{\partial}{\partial \vec{s}} \ln p(\vec{y}_0, \vec{y}_1, \dots, \vec{y}_{L-1} | \vec{s}) = 0$$

می شود:

$$\frac{\partial}{\partial \vec{s}} \ln p(\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_{L-1} | \vec{y}_0, \vec{s}) = 0 \quad (25)$$

از معادله ۲۰ به ازای $l = 0$ داریم $\vec{s} = \vec{y}_0 - \vec{w}_0$ و با جایگذاری در ۲۵ داریم

$$\vec{y}_l = e^{\frac{j2\pi nl}{L}} U_l \vec{y}_0 + \vec{w}_l - e^{\frac{j2\pi nl}{L}} U_l \vec{w}_0, \quad 1 \leq l \leq L-1 \quad (26)$$

با جایگذاری رابطه فوق در معادله ۲۵ و محاسبات مستقیم ریاضی، ریشه معادله ۲۵ به صورت زیر به دست می آید:

$$\vec{\xi} = \frac{L}{2\pi(L-1)} \sum_{l=1}^{L-1} \frac{1}{l} \tan^{-1} \left[\frac{\sum_{n=0}^{\frac{N}{L}-1} \text{Im}\{y_{n+lN/L}^* \beta_{nl} y_n\}}{\sum_{n=0}^{\frac{N}{L}-1} \text{Re}\{y_{n+lN/L}^* \beta_{nl} y_n\}} \right] \quad (27)$$

که در آن

$$\beta_{nl} = \frac{1}{\alpha_{nl}} \left(\frac{1 - e^{j2\pi n(\frac{N}{L} + l)}}{1 - e^{j2\pi n \frac{N}{L}}} \right)^{L-1}, \quad 0 \leq n \leq \frac{N}{L} - 1, 1 \leq l \leq L-1 \quad (28)$$

و

$$\alpha_{nl} = 2\sigma^2 \left[1 + \left(\cos \frac{\pi n l}{L} + \cot \frac{\pi n}{N} \sin \frac{\pi n l}{L} \right)^{2(L-1)} \right], \quad 0 \leq n \leq \frac{N}{L} - 1, 1 \leq l \leq L-1 \quad (29)$$

و $2\sigma^2$ واریانس نویز جمع شونده گاوسی کانال است.

شبیه سازیها نشان می دهد که تخمین حاصل، تخمینی نسبتاً دقیق است و با بزرگ شدن N تخمین دقیقتر خواهد شد. همچنین به طور تجربی

و با استفاده از شبیه سازی می توان دید که برای $E(\vec{s} - \hat{\vec{s}}) \approx 0, N \geq 64$ است. شکل های ۱۰ و ۱۱ نتایج حاصل از شبیه سازی برای

خطای میانگین مربعی از تخمین آفست، $E[(\vec{s} - \hat{\vec{s}})^2]$ ، را نشان می دهند. محور افقی میزان واقعی آفست و محور عمودی مقدار خطا

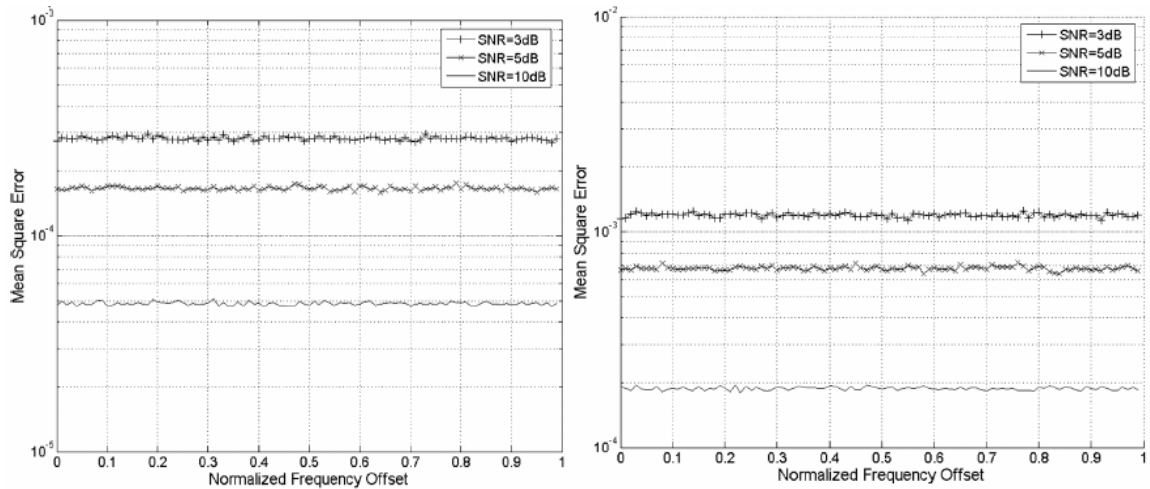
است. شبیه سازیها برای یک سیستم OFDM ۱۲۸ نقطه ای و SC مرتبه دو و چهار انجام شده است. فاصله در برگیرنده زیر حاملها کمتر از

پهنای باند چسبندگی کانال فرض شده است. همچنین فرض شده است که طول cyclic prefix به اندازه کافی بزرگ است تا delay

spread کانال باعث ایجاد ISI نشود. بنابراین سیستم OFDM می تواند کانال فرکانس انتخابی را به مجموعه ای از کانالهای flat fading

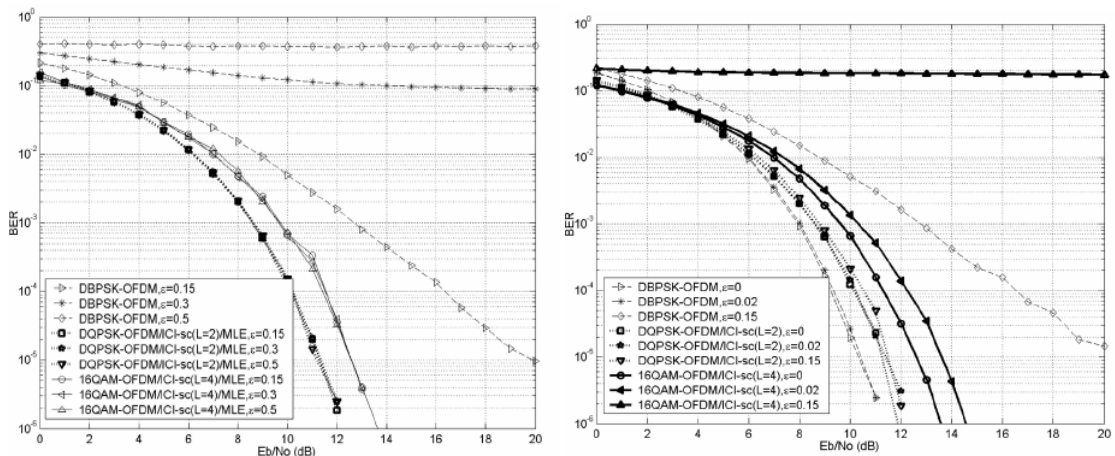
موازی با توزیع رایلی تبدیل کند.

نکته جالب آن است که هرچند بالا رفتن مرتبه ICI باعث بهتر شدن حذف ICI می‌شود، تخمین زنده مبتنی بر SC مرتبه چهار، در مقایسه با تخمین زنده SC مرتبه دو، نسبت به نویز و تداخل حساستر است اما خروجی نهایی سیستم با بالا رفتن مرتبه SC بهبود می‌یابد.



شکل ۱۰. خطای میانگین مربعی در تخمین آفست فرکانسی برای 2-order SC (سمت راست) و 4-order SC (سمت چپ)

شکل‌های ۱۱ نتایج شبیه‌سازی را برای بررسی اثر اعمال تخمین ML قبل از SC نشان می‌دهند. برای مقایسه منصفانه بین منحنی‌های BER، لازم است که بازده پهنای باند در حالت‌های مختلف ثابت بماند، بنابراین شبیه‌سازیها در سه حالت مختلف انجام شده است: DBPSK بدون حذف ICI، DQPSK با SC مرتبه دو و 16QAM با SC مرتبه چهار. در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که برای 16QAM-OFDM به ازای $\epsilon = 0.15$ نرخ خطای بیت به حدود $BER = 50\%$ می‌رسد و افزایش SNR تقریباً هیچ اثری بر بهبود نرخ خطا ندارد؛ بنابراین با این مقدار آفست فرکانسی، سیستم کاملاً از کار خواهد افتاد. شکل ۱۱ نشان می‌دهد که با استفاده از تکنیک ترکیب تخمین ML و SC حداکثر مقدار آفست فرکانسی قابل تحمل توسط سیستم به حدود مقدار $\epsilon = 0.50$ خواهد رسید ضمن آنکه با ترکیب دو روش ML و SC، بهبود قابل ملاحظه‌ای نیز در BER سیستم، در حالت‌های مختلف، قابل مشاهده است.



شکل ۱۱. منحنی‌های BER برای سیستم‌های OFDM استاندارد بدون حذف ICI و با روش SC (سمت راست) و روش ترکیب ML و SC (سمت چپ)

۲- کاهش تاثیرات ICI بر سیستم‌های OFDM بوسیله تخمین کانال و ارایه یک روش آشکارسازی متناسب

در این بخش به بررسی چگونگی کاهش تاثیر ICI با استفاده از تخمین کانال روی سیستم‌های مبتنی بر OFDM خواهیم پرداخت. آنچه در اینجا بیشتر مورد توجه قرار گرفته است تاثیر نحوه نگاه کلی به کانال است به این ترتیب که می‌توان کانال را بر اساس آنچه ما رفتار کانال در حوزه فرکانس و رفتار کانال در حوزه مسیر می‌نامیم، از دو منظر مختلف مورد بررسی قرار داد و آنچه در این میان اهمیت دارد

انتخاب نحوه آشکار سازی به گونه ای است که در نهایت منجر به کاهش اثر ICI در نرخ خطا گردد. همانطور که خواهیم دید تخمین پاسخ ضربه کانال در حوزه مسیره⁵ مطلوب تر از تخمین پاسخ فرکانسی کانال است که به صورت معمول صورت می گیرد. جهت بررسی دقیق ابتدا مدلی از سیستم OFDM ارایه خواهیم داد و سپس به بررسی دو روش متفاوت در تخمین کانال به کمک داده های راهبر و روش آشکار سازی متناسب با آن در جهت کاهش ICI خواهیم پرداخت.

همانطور که در شکل ۱ ملاحظه شد، سیستم OFDM مورد نظر، یک سیستم با N زیر حامل است که با توجه به اینکه مدولاتور اولیه یک مدولاتور M-QAM، در نظر گرفته شده است، لذا در هر بار ارسال یک فریم $N \log_2 M$ بیت داده ارسال خواهند شد که در اولین مرحله، پس از S/P Converter، به صورت یک بردار N تایی از سمبلهای مختلط (با توجه به نوع نگاشت در نظر گرفته شده جهت مدولاسیون) خواهند بود که آنها را با $d_i[k]$ ، $0 \leq k < N$ ، نمایش می دهیم (اندیس t نمایش دهنده شماره فریم ارسالی خواهد بود). پس از آن به طور مرسوم یک عملیات IFFT روی دنباله گسسته d_i اعمال می گردد. با توجه به نوع عملیات IFFT، می توان آن را به صورت ضرب ماتریسی میان ماتریس ضرایب ثابت (که تنها وابسته به N است) و بردار d_i ، به صورت زیر نمایش داد.

$$s_t = W \cdot d_t \quad (30)$$

$$W = [w_{n,m}]_{N \times N}, \quad w_{n,m} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j \frac{2\pi nm}{N}}$$

پس از ارسال s_t و با در نظر گرفتن اثر کانال، آنچه در ورودی گیرنده خواهیم داشت (r_t) به صورت زیر خواهد بود.

$$r_t[n] = n'_t[n] + \sum_{l=0}^{L-1} h'_t[l] \cdot s_t[(n-l) \bmod N] \quad (31)$$

مدل بالا بر اساس در نظر گرفتن یک مدل TDL برای کانال است که در آن $h'_t[l]$ متناظر با پاسخ کانال (CIR) روی فریم t ام و مسیر l ام است. L نیز تعداد کل مسیرهای مفروض است که فرض $L < N$ را در این ارتباط می پذیریم (به این ترتیب مدل با در نظر گرفتن یک فریم کامل خواهد بود). همچنین $n'_t[n]$ معرف یک نویز گوسی i.i.d با میانگین صفر و واریانس σ^2 است که به طور معمول برای نمایش یک کانال AWGN مورد استفاده قرار می گیرد. با تعریف ماتریس H_t به عنوان ماتریس کانال برای فریم t ام، می توان r_t در رابطه فوق را به فرم $r_t = H_t \cdot s_t + n'_t$ نمایش داد که در آن H_t بر اساس $h'_t[l]$ ها، به صورت زیر تعریف شده است.

$$H_t = [h[0]^H, h[0]^H, \dots, h[N-1]^H]^H \quad (32)$$

$$h[j] = \left(\left[\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N-L}, h_t^{L-1}[n], \dots, h_t^0[n] \right] \gg j+1 \right), \text{Cyclic Shift to right by } j+1$$

به این ترتیب سیگنال نهایی که پس از اعمال FFT در گیرنده (در مقابل عمل IFFT در فرستنده) به آشکار ساز تحویل داده می شود (R_t) به صورت زیر خواهد بود.

$$R_t = FFT\{r_t\} = W^H r_t = W^H \cdot H_t \cdot s_t + W^H \cdot n'_t = W^H \cdot H_t \cdot W \cdot d_t + n_t = G_t \cdot d_t + n_t \quad (33)$$

که ماتریس ضرایب FFT (W) را پیش از این تعریف کرده بودیم. به این ترتیب رابطه بین سیگنال پس از مدولاسیون (d_t) و سیگنال پیش از آشکار سازی (R_t)، برای هر فریم به سادگی و بر اساس ماتریس $G_t = W^H \cdot H_t \cdot W$ قابل توصیف خواهد بود.

اما از منظری دیگر می توان r_t را بر اساس توصیفی از کانال که آن را پاسخ فرکانسی کانال می نامیم نیز بیان گردد. به این ترتیب خواهیم داشت

$$r_t = n_t^t[n] + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} d_t^k[n] \cdot \tilde{h}_k^t[n] e^{j \frac{2\pi kn}{N}} \quad (34)$$

که در آن \tilde{h}_k^t پاسخ کانال روی زیر حامل k ام برای فریم t ام خواهد بود و به صورت زیر به h_t^l مرتبط می گردد.

$$h_k^t[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h_t^l[n] e^{-j \frac{2\pi lk}{N}}, \quad 0 \leq n < N-1 \quad (35)$$

از نکات قابل تامل در رابطه بالا یکی آن است که این رابطه مانند اعمال تبدیل فوریه روی مسیر است و دیگر آنکه عکس این رابطه الزاماً قابل تعریف نیست. به هر تقدیر بر اساس این تعریف R_t را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$R_t[k] = \underbrace{\left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h_k^t[n] \right)}_{\text{Desired Signal}} \cdot d_t[k] + \underbrace{\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{N-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h_k^t[n] e^{j \frac{2\pi(i-k)n}{N}} \right)}_{\text{ICI term}} \cdot d_t[i] + \underbrace{n_t[k]}_{\text{Noise term}} \quad (36)$$

همانطور که مشخص شده است بخش اول مربوط به سیگنال ارسالی روی زیر حامل k ام متأثر از رفتار کانال است و بخش دوم به اثر سایر زیر حاملها روی آنچه در زیر حامل مزبور دریافت می شود مربوط است و با آنچه پیش از این در رابطه با ICI گفته شد همخوانی دارد. در ادامه هدف بررسی این موضوع است که چگونه تخمین کانال می تواند در جهت کاهش تاثیر این بخش از R_t مورد استفاده قرار گیرد.

۱-۲ - تخمین پاسخ فرکانسی کانال و آشکارسازی بر اساس آن

مدل در نظر گرفته شده برای کانال یک مدل چند جمله ای است و جهت تخمین از داده های راهبر تعبیه شده در فریمها استفاده می شود. در رابطه با این داده های راهبر ذکر این نکته ضروری است که مستقل از نحوه چینش، این داده ها در هر دو بعد زیر حامل و فریم قرار می گیرند. به این ترتیب که مثلاً در یک فریم به ازای هر چهار زیر حامل یک داده راهبر ($\rho_f = 4$) و در فضای فریمها نیز به ازای هر دو فریم یکبار ($\rho_t = 2$) این داده ها در نظر گرفته می شوند. در این مثال درصد داده های اختصاص یافته به فضای داده های راهبر برابر

$$\frac{1}{\rho_f \rho_t} = 12.5\% \quad \text{خواهد بود. P در عبارت زیر کل فضای مربوط به داده های راهبر را نمایش می دهد.}$$

$$P = \left\{ (m, n) \mid m = 0, \rho_f, \dots, N - \rho_f; n = 0, \rho_t, \dots, N - \rho_t \right\} \quad (37)$$

$$P_f = \left\{ m \mid m = 0, \rho_f, \dots, N - \rho_f \right\}, P_t = \left\{ n \mid n = 0, \rho_t, \dots, N - \rho_t \right\}$$

مدل چند جمله ای تخمینی از پاسخ فرکانسی کانال به صورت زیر است.

$$\hat{h}_k^t[n] = \sum_{i+j \leq p_0} a_{i,j} \cdot k^i \cdot (t(N+I) + n)^j \quad (38)$$

که p_0 مرتبه چند جمله ای و $a_{i,j}$ نیز ضرایب مجهول خواهند بود. به این ترتیب به ازای یک p_0 مورد نظر تعداد جملات چند جمله ای تخمین برابر $num = \frac{(p_0+1)(p_0+2)}{2}$ خواهد بود. نمایش ماتریس معادل نیز به صورت زیر است.

$$\hat{h}_k^t[n] = a^H \cdot q_{k,n}^t \quad (39)$$

$$a = [a_{i,j}]_{1 \times num}, \quad q_{k,n}^t = [k^i (t(N+I) + n)^j]_{1 \times num}^H,$$

$$(i, j) = [(p_0, 0), (p_0-1, 1), (p_0-1, 0), (p_0-2, 1), (p_0-2, 2), \dots, (0, 0)]$$

بر اساس رابطه R_t و با توجه به اینکه W حاوی بردارهای متعامد و n' نیز گوسی و i.i.d است لذا n دارای تقارن کروی خواهد بود.

در چنین شرایطی قابل اثبات است که بهترین تخمین برای $a_{i,j}$ ، تخمینی است که منجر به حداقل شدن $\sum_{(t,k) \in P} |R_t[k] - a^H \cdot u_{t,k}|^2$

شود که در واقع نتیجه آن برازش سطح کانال واقعی با حداکثر انطباق (ML) خواهد بود. $u_{t,k}$ نیز در عبارت بالا به صورت زیرند.

$$u_{t,k} = \frac{1}{N} \sum_{i \in P_f} \sum_{n=0}^{N-1} d_t[i] e^{j \frac{2\pi(i-k)n}{N}} \cdot q_{k,n}^t \quad (40)$$

در نهایت حل این معادله حداقل سازی منجر به پاسخ زیر برای ماتریس ضرایب چند جمله ای تخمین خواهد شد.

$$a = U^{-1} \cdot b$$

$$U = \sum_{(t,k) \in P} u_{t,k} \cdot u_{t,k}^H, \quad b = \sum_{(t,k) \in P} R_t^H[k] \cdot u_{t,k} \quad (41)$$

به این ترتیب بر اساس روابط فوق ماتریس ضرایب مجهول a ، صرفاً بر اساس داده های راهبر (که طبیعتاً در محل گیرنده معلوم هستند) حاصل خواهند شد.

بر اساس این تخمین که از پاسخ فرکانسی کانال حاصل شده است می توان به سادگی از روش آشکارسازی مرسوم در سیستمهای مبتنی بر OFDM، جهت تعیین خروجی نهایی بهره جست که این رابطه به صورت زیر است.

$$\hat{d}_t[k] = \frac{N \left(\sum_{n=0}^{N-1} \hat{h}_k^t[n] \right)^H}{\left| \sum_{n=0}^{N-1} \hat{h}_k^t[n] \right|^2} \cdot R_t[k] \quad (42)$$

۲-۲- آشکارسازی به روش MMSE جهت کاهش تاثیر ICI و تخمین کانال منطبق

در بخش پیش روش مرسوم در آشکارسازی در سیستمهای OFDM را که بر اساس تخمین پاسخ فرکانسی کانال بود، بررسی کردیم. اما جهت کاهش اثر ICI به ارایه روش آشکارسازی که منطبق بر MMSE باشد می پردازیم. بر این اساس ابتدا فرض می شود که خروجی آشکار ساز ترکیب خطی از سیگنال دریافتی (R_t) باشد به این ترتیب داریم که $\hat{d}_t[k] = (c_k^t)^H \cdot R_t$ و سپس ماتریس ضرایب c_k^t جهت دستیابی به تخمین MMSE محاسبه می گردند. برای این منظور داریم که

$$\min_{c_k^t} E \left[\left| d_t[k] - \hat{d}_t[k] \right|^2 \right] \xrightarrow{\text{Orthogonality Principle}} E \left[R_t \left(d_t[k] - \hat{d}_t[k] \right)^H \right] = 0 \quad (43)$$

$$E \left[R_t R_t^H \right] \cdot c_k^t = E \left[R_t \cdot d_t[k]^H \right] \rightarrow (G_t G_t^H + \sigma^2 I_N) \cdot c_k^t = g_k^t \rightarrow c_k^t = (G_t G_t^H + \sigma^2 I_N)^{-1} \cdot g_k^t$$

و به این ترتیب بر اساس یک تخمین خطی از سیگنال دریافتی ماتریس ضرایب c_k^t جهت داشتن یک تخمین MMSE طبق رابطه نهایی در بالا محاسبه می شوند. با جایگذاری در رابطه اولیه خواهیم داشت.

$$\hat{d}_t = G_t^H (G_t G_t^H + \sigma^2 I_N)^{-1} \cdot R_t \quad (44)$$

طبیعی است که با توجه به وابستگی G_t به رفتار کانال ($G_t = W^H \cdot H_t \cdot W$)، آنچه در واقع در عبارت بالا قرار خواهد گرفت $\hat{G}_t = W^H \cdot \hat{H}_t \cdot W$ خواهد بود که بر اساس تخمین CIR کانال است. با توجه به آنچه پیش از این اشاره شد این پاسخ از روی پاسخ فرکانسی قابل محاسبه نیست لذا نیاز به ارایه تخمین جدیدی از کانال است که بر اساس آن \hat{h}_t^l به صورت مستقیم محاسبه گردد. اصول کلی این تخمین نیز مشابه تخمین پیشین است با این تفاوت که تخمین چند جمله ای از \hat{h}_t^l به صورت زیر خواهد بود.

$$\hat{h}_t^l[n] = \sum_{i \leq po} a_i^l \cdot (t(N+I)+n)^i, \quad 0 \leq l < L-1 \quad (45)$$

به این ترتیب مرتبه چند جمله ای po و تعداد جملات و نیز ضرایب مجهول برای هر مسیر فرضی $po+I$ تا خواهند بود. نمایش ماتریسی رابطه بالا نیز به صورت زیر است

$$\hat{h}_t^l[n] = (a^l)^H \cdot q_n^t \quad (46)$$

$$a = [a_i]_{1 \times p_o}, \quad q_n^t = [(t(N+I) + n)^i]_{1 \times p_o}, \quad i = (p_o, p_o - 1, \dots, 0)$$

روش تخمین نیز دقیقاً مانند تخمین بخش قبل خواهد بود و لذا از تکرار آن خودداری می شود با این تفاوت که برای $u_{t,k}$ خواهیم داشت:

$$u_{t,k} = [u_{t,k}^{0H}, u_{t,k}^{1H}, \dots, u_{t,k}^{L-1H}]^H \quad (47)$$

$$u_{t,k}^{lH} = \frac{1}{N} \sum_{i \in P_f} d_t[i] e^{-j \frac{2\pi i l}{N}} \cdot \left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{2\pi(i-k)n}{N}} \cdot q_n^t \right)$$

و در نهایت ماترسی ضرایب مجهول a ، بر اساس روابط قبل به صورت زیر به دست خواهد آمد.

$$a = U^{-1} \cdot b \quad (48)$$

$$U = \sum_{(t,k) \in P} u_{t,k} \cdot u_{t,k}^H, \quad b = \sum_{(t,k) \in P} R_t^H[k] \cdot u_{t,k}$$

به این ترتیب $\hat{h}_t^l[n]$ را در اختیار خواهیم داشت و در نهایت با تشکیل \hat{H}_t با استفاده از مقادیر $\hat{h}_t^l[n]$ ، امکان استفاده از تخمین جدید (تخمین MMSE) به وجود خواهد آمد. نتایج پیاده سازی صورت گرفته، در جدول ۱ آمده است که با بررسی نتایج حاصل شده در مقایسه با دو روش پیشین (شکل ۸ و ۱۱) می توان به کارآمدی این تکنیک جدید پی برد. در شبیه سازیهای صورت گرفته برای جدول ۱، پارامترهای سیستم به این صورت در نظر گرفته شده اند که تعداد فریمهای استفاده شده برای تخمین کانال شانزده فریم بوده است و داده های راهبر نیز به ازای هر چهار فریم در یک فریم و در فریم مزبور به ازای هر چهار زیرحامل، در یک زیرحامل قرار گرفته اند ($p_f = 4, p_t = 4$). به این ترتیب درصد افزونگی برابر $1/16 = 6.25\%$ خواهد بود که در مقایسه با افزونگی حداقل 50% در روشهای پیشین، برتری روش اخیر را، از این جهت نیز، نشان می دهد.

جدول ۱ مقادیر BER برای سیستم QPSK OFDM با مدل کانال تخت به ازای مقادیر مختلف SNR و \mathcal{E}

SNR	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Eps=0.05	1.6e-1	1.021e-1	5.641e-2	2.099e-2	5.338e-3	4.166e-3	3.9063e-4	1.9531e-4	3.2552e-5
Eps=0.15	1.561e-1	1.042e-1	5.68e-2	2.613e-2	6.152e-3	3.19e-3	6.51e-4	0	0
Eps=0.15	1.522e-1	1e-1	5.3e-2	2.819e-2	9.04e-3	8.463e-4	1.953e-4	0	0
Eps=0.30	1.649e-1	1.157e-1	5.647e-2	2.122e-2	9.342e-3	3.678e-3	1.757e-3	0	0

۳- نتیجه گیری

در آنچه گذشت، ابتدا به بررسی روشهای مرسوم جهت حذف آثار ICI پرداختیم و سپس به معرفی دو روش نسبتاً جدید که یکی بر پایه ترکیب دو روش مرسوم SC و ML و دیگری بر مبنای تخمین همزمان کانال بود پرداختیم. نتایج شبیه سازیهای انجام شده، نشان دهنده توانایی بالای روش مبتنی بر تخمین همزمان کانال جهت حذف تاثیرات ICI چه در جهت کاهش خطای بیت و چه در جهت کاهش حجم داده افزوده، است. داده افزوده می تواند مانند روش SC، به صورت افزونگی در کد، و یا مانند روش تخمین کانال به صورت داده راهبر باشد. گذشته از آن که در سایر روشها، کانال صرفاً یک کانال تخت در نظر گرفته شده است که در روش اخیر وجود چنین شرطی لازم نیست.

مراجع

[1] T. Wang, J.G. Proakis, and James R. Zeidler, "Techniques for Suppression of Intercarrier Interference in OFDM Systems", IEEE Communications Society / WCNC 2005.

- [2] M. J. Hao, "ML Estimation of Frequency Offset for General ICI Self-Cancellation Based OFDM Systems", IEICE TRANS. COMMUN., VOL.E90-B, NO.3 MARCH 2007.
- [3] L. Yang and S. Cheng, " Optimum ISI and ICI Cancellation Filter for OFDM Systems without CP" , IEICE TRANS. COMMUN., VOL.E90-B, NO.2 FEBRUARY 2007.
- [4] M. Anandpara ,E. Erwa , J. Golab ,R. Samanta ,H. Wang, " Inter-Carrier Interference Cancellation for OFDM Sysytem", student's project, May 6, 2003.
- [5] C. Li and W. Hu, "Pilot-Aided ICI Self-Cancellation Scheme for OFDM Systems", IEICE TRANS. COMMUN., VOL.E89-B, NO.3 MARCH 2006.
- [6] T. Y. Cek *and* H. Arsalan, "ICI Cancellation Based Channel Estimation for OFDM Systems", IEICE TRANS. COMMUN., VOL.E88-B, NO.5 MAY 2005.